

Devoir maison

Première partie

On rappelle que la **moyenne** de deux nombres positifs est la moitié de leur somme.

On appelle **moyenne harmonique** de deux nombres positifs a et b , le nombre dont l'inverse est la moyenne des inverses de a et b .

Ainsi, les inverses de $\frac{9}{2}$ et de $\frac{3}{2}$ sont respectivement $\frac{2}{9}$ et $\frac{2}{3}$; la somme de $\frac{2}{9}$ et de $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ est $\frac{8}{9}$ donc la moyenne de $\frac{2}{9}$ et $\frac{2}{3}$ est la moitié de leur somme soit $\frac{4}{9}$ et la moyenne harmonique de $\frac{9}{2}$ et $\frac{3}{2}$ est l'inverse soit $\frac{9}{4} = 2,25$. On constate que la moyenne de $\frac{9}{2}$ et de $\frac{3}{2}$ est 3 et n'est donc pas égale à leur moyenne harmonique.

Écriture en JavaScript, à partir de la fonction « moyenne », elle aussi créée:

```
function moyenne(x,y){
    var m=(x+y)/2;
    return(m);
}
function moyenneHarmonique(x,y){
    var m=moyenne(1/x,1/y);
    return(1/m);
}
```

1. Calculer la moyenne harmonique de 2 et 3. On détaillera les calculs et on donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.
2. Même question pour $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$.
3. Mettre la moyenne harmonique de $\sqrt{2}$ et de son inverse $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ sous la forme du produit de $\sqrt{2}$ par une fraction irréductible.
4. Peut-on trouver deux entiers naturels distincts dont la moyenne harmonique est un entier naturel? Justifier.
5. Démontrer que si on parcourt un trajet à une vitesse v_1 pendant l'aller puis à une vitesse v_2 pendant le retour, alors la vitesse moyenne sur l'aller-retour est la moyenne harmonique de v_1 et v_2 .

Deuxième partie: Applications

Résoudre les exercices suivants:

1. En bateau

Un bateau à moteur est vendu pour filer à la vitesse maximale de 12 noeuds.

Il parcourt un trajet aller, puis un trajet retour, moteur à fond, sur un cours d'eau rapide et met deux fois plus de temps à remonter qu'à descendre.

Quel est, exprimée en noeuds, la vitesse du courant ?

2. Les peintres

Pour repeindre le bâtiment de mathématiques de l'Université Paul Sabatier, un peintre met 20 jours en travaillant seul. Un 2^{ème} peintre met 30 jours en travaillant seul.

Si les 2 peintres travaillent ensemble, combien de jours mettront-ils pour repeindre le bâtiment ?

3. Pour être à l'heure

Si je roule à 20kilomètres par heure, j'arrive avec une demi-heure de retard à mon rendez-vous. Si je roule à 30 kilomètres par heure, j'arrive une demi-heure en avance.

Quelle doit-être ma vitesse pour être à l'heure à mon rendez-vous ?

4. Randonnée à la Réunion

Un randonneur effectue l'ascension du Piton des Neiges (plus haut sommet de l'île de la Réunion) à la vitesse moyenne de 3 km/h. Il redescend par le même chemin en courant : il va ainsi trois fois plus vite qu'à l'aller.

Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble de son parcours (aller et retour) ?

5. Françoise, Isabelle et Josette en TGV

Françoise, Isabelle et Josette prennent un TGV à Rouen à 14h25 pour arriver à Avignon à 17h25. Durant le premier tiers de la distance, le TGV se déplace à 250 km/h ; durant le second tiers, il roule à 275 km/h ; et la fin du trajet se fait à 225 km/h.

Quelle est la distance parcourue par le TGV entre Rouen et Avignon ?