

## ∞ Terminale STI 2D SIN 2 ∞

### Contrôle commun 3

### Mathématiques

*Toute trace de recherche, même incomplète, devra figurer sur la copie, car elle est susceptible d'être évaluée.*

Une équipe aérospatiale se propose d'envoyer un satellite de 10 tonnes en orbite autour de la Terre par l'intermédiaire d'une fusée à un seul étage. Cette fusée a une masse à vide, c'est-à-dire sans carburant ni satellite, de 40 tonnes.

L'éjection des gaz permet à la fusée de décoller et de s'élever dans les airs jusqu'à la consommation totale du propergol, carburant contenu dans ses réservoirs. La vitesse d'éjection des gaz est  $V_e = 3200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

La vitesse finale de la fusée vitesse atteinte lorsque les réservoirs sont vides, varie en fonction de la masse de propergol contenue au départ dans les réservoirs. Elle doit être de  $8000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour permettre la mise en orbite souhaitée.

Le but de l'exercice est de déterminer la masse de propergol à mettre dans les réservoirs pour permettre cette mise en orbite du satellite.

On note  $x$  la masse, en tonnes, de propergol contenu au décollage dans les réservoirs de la fusée. La masse  $x$  est comprise entre 100 et 900 tonnes. La masse totale de la fusée est alors  $(x + 50)$  tonnes.

Il est établi que la vitesse finale de la fusée,  $f(x)$ , exprimée en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , est donnée par

$$f(x) = V_e \times [\ln(x + 50) - \ln 50]$$

où  $x$  est un réel de l'intervalle  $[100; 900]$ .

On admet que, pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[100; 900]$ ,  $f(x) = 3200 \times \ln(0,02x + 1)$ .

On pourra choisir l'une ou l'autre des expressions de  $f(x)$  pour répondre à chacune des questions suivantes.

- Si les réservoirs contiennent au décollage 100 tonnes de propergol, quelle sera la vitesse finale de la fusée ?
  - Avec 400 tonnes de propergol au décollage la mise en orbite sera-t-elle possible ?
- Montrer que la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$  est  $\frac{V_e}{x + 50}$ .
  - En déduire le sens de variation de la fonction  $f$ .
- Déterminer la masse de propergol à mettre dans les réservoirs pour permettre la mise en orbite souhaitée.

### I. Inspection du système d'arrosage de la table de lancement

Lors du décollage d'une fusée Ariane, les tuyères (orifices de sortie) des moteurs de la fusée éjectent des gaz très chauds et à très grande vitesse. Pour protéger la table de lancement des effets néfastes des gaz d'échappement et atténuer le bruit produit lors du décollage, les gaz et la table sont arrosés d'eau par l'intermédiaire de 68 bouches de projection de section  $S = 126 \text{ cm}^2$  chacune (voir Annexe). L'alimentation en eau est assurée par un château d'eau raccordé aux bouches de projection par un réseau de canalisations muni de vannes dont l'ouverture permet de déclencher l'arrosage.

Ce système d'arrosage doit assurer un débit volumique d'eau total  $D_v = 30 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  pendant une durée de 50 s lors du décollage.

1. Quel doit être le volume  $V_R$  du réservoir d'eau du château d'eau pour assurer l'arrosage

lors du décollage ?

2. Calculer le débit volumique  $D_{v1}$  de l'eau projetée par une bouche.

3. En déduire la vitesse  $v$  d'éjection de l'eau à chaque bouche de projection au moment du décollage.

4. Pour que le système d'arrosage puisse fonctionner efficacement, la pression minimale de l'eau au niveau des vannes doit être de 9 bars lorsque celles-ci sont fermées. En déduire la hauteur minimale du niveau d'eau dans le château d'eau.

On donne :

- la valeur de la pression atmosphérique :  $p_{\text{atm}} = 1,0 \text{ bar}$
- la masse volumique de l'eau :  $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- l'intensité de la pesanteur à la surface de la Terre :  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

On rappelle que  $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

### II. Remplissage des réservoirs du moteur principal de la fusée

Pour produire la force de poussée nécessaire à la propulsion de la fusée, ses différents moteurs thermiques utilisent deux substances chimiques appelées propergols.

Les propergols nécessaires au fonctionnement du moteur principal de la fusée Ariane (le moteur Vulcain) sont le dihydrogène  $\text{H}_2$  et le dioxygène  $\text{O}_2$ .

Quelques heures avant le décollage, on procède au remplissage en propergols des deux réservoirs séparés, situés dans l'étage principal cryotechnique (EPC) de la fusée.

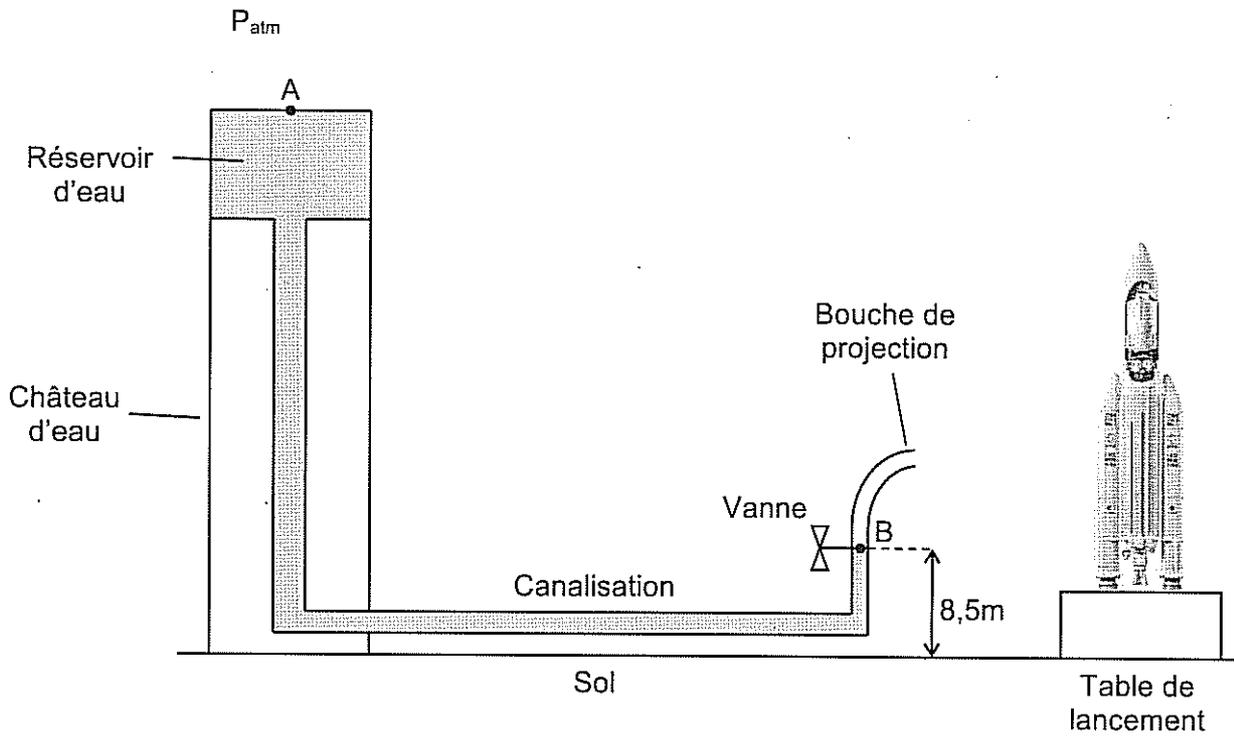
1. Pendant et après le remplissage des réservoirs, le dihydrogène est maintenu à la température  $T = 20 \text{ K}$  et sous pression  $P = 2,2 \text{ bar}$ . Le dioxygène est maintenu à  $T = 90 \text{ K}$  sous  $P = 3,6 \text{ bar}$ .

Placer les points correspondant à ces valeurs sur les diagrammes  $P(T)$  du document-réponse DR.

2. En déduire l'état physique des deux ergols stockés dans les réservoirs de l'EPC de la fusée.

On rappelle que  $0^\circ\text{C} = 273 \text{ Kelvin (K)}$

Annexe  
Système d'arrosage de la table de lancement



# Document - réponse

DR : diagramme pression-température P(T) du dihydrogène et du dioxygène

H<sub>2</sub>

O<sub>2</sub>

