

M. MORICEAU

[Collège Montgaillard - Saint Denis (REUNION)]

Mathématiques, 28 juin 2012, 3^{ème}, BREVET (DNB)

CORRECTION de l'épreuve de mathématiques (DNB) de 2012

Activités numériques (12 points)

✓ Premier exercice :

1) La probabilité qu'Alice gagne la voiture est $\frac{1}{3}$. En effet, elle a une chance sur 3 d'ouvrir la bonne porte (la porte derrière laquelle se trouve la voiture)

2) S'il y a quatre portes et toujours une seule voiture à gagner (derrière une des quatre portes), la probabilité qu'a Alice de gagner la voiture **diminue**.

On peut affirmer que cette probabilité est égale à $\frac{1}{4}$ (et $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$).

✓ Deuxième exercice :

1) Ecriture décimale du nombre proposé :

$$\frac{10^5 + 1}{10^5} = \frac{100\,000 + 1}{100\,000} = \frac{100\,001}{100\,000} = 1,00001$$

2) **Antoine a raison**, le résultat affiché n'est pas exact.

$$\frac{10^{15}}{10^{15}} = 1 \text{ mais } \frac{10^{15} + 1}{10^{15}} = 1 + 10^{-15} > 1.$$

✓ Troisième exercice :

Le coureur coure 1 km en 4 minutes et 30 secondes en c'est-à-dire 270 secondes ($4 \times 60 + 30 = 270$)

Il courra 42,195 kms en 11 392,65 secondes ($270 \times 42,195 = 11\,392,65$)

$11\,392,65 = 189 \times 60 + 52,65$ donc $11\,392,65 \text{ s} = 189 \text{ min et } 52,65 \text{ s} = 3\text{h } 09 \text{ min et } 52,65 \text{ s}.$

Ce dernier temps est inférieur à 3h et 30 minutes

Conclusion : Ce coureur mettra moins de 3h et 30 minutes pour finir le marathon.

✓ Quatrième exercice :

1) • Si $x = \frac{3}{4}$ alors $(4x - 3)^2 - 9 = (4 \times \frac{3}{4} - 3)^2 - 9 = (3 - 3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$ (et -9 est différent de 0).

Conclusion : $\frac{3}{4}$ n'est pas solution de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

• Si $x = 0$ alors $(4x - 3)^2 - 9 = (4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$.

Conclusion : 0 est une solution de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

2) Factorisons $(4x - 3)^2 - 9$.

$$(4x - 3)^2 - 9 = (4x - 3)^2 - 3^2 = (4x - 3 + 3) \times (4x - 3 - 3) = 4x \times (4x - 6)$$

3) Les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$ sont les solutions de l'équation $4x \times (4x - 6) = 0$.

Résolvons l'équation-produit $4x \times (4x - 6) = 0$.

Dire qu'un produit est nul revient à dire qu'au moins l'un des facteurs de ce produit est nul.

$$4x(4x - 6) = 0 \text{ est équivalent à } 4x = 0 \text{ ou } 4x - 6 = 0$$

$$\text{est équivalent à } x = \frac{0}{4} \text{ ou } 4x - 6 + 6 = 0 + 6$$

$$\text{est équivalent à } x = 0 \text{ ou } 4x = 6$$

$$\text{est équivalent à } x = 0 \text{ ou } x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$ sont les nombres 0 et $\frac{3}{2}$

Activités géométriques (12 points)

✓ **Premier exercice :**

1) a) Notons \mathcal{A} l'aire du carré ABCD.

$$\mathcal{A} = AB \times AB = 40 \times 40 = 1600$$

Conclusion : L'aire du triangle ABCD est égale à 1600 cm²

a) Notons \mathcal{A}' l'aire du rectangle DEFG

Les points D, E et A sont alignés dans cet ordre donc $DE = DA - EA = 40 - 15$ (cm). Puis, Les points D, C et G sont alignés dans cet ordre donc $DG = DC + CG = 40 + 25$ (cm).

$$\mathcal{A}' = DE \times DC = (40 - 15) \times (40 + 25) = 25 \times 65 = 1625$$

Conclusion : L'aire du rectangle DEFG est égale à 1625 cm²

2) Notons x la longueur (en cm) du carré ABCD.

Les points D, E et A sont alignés dans cet ordre donc $DE = DA - EA = x - 15$ (cm). Puis, Les points D, C et G sont alignés dans cet ordre donc $DG = DC + CG = x + 25$ (cm).

L'aire du carré ABCD est x^2 et l'aire du rectangle DEFG est $(x - 15) \times (x + 25)$.

On cherche x tel que $x^2 = (x - 15)(x + 25)$. Résolvons cette équation.

$$\begin{aligned}
 x^2 &= (x - 15)(x + 25) \\
 x^2 &= x^2 + 25x - 15x - 15 \times 25 \\
 x^2 &= x^2 + 10x - 375 \\
 x^2 - x^2 &= x^2 + 10x - 375 - x^2 \\
 0 &= 10x - 375 \\
 10x - 375 &= 0 \\
 10x - 375 + 375 &= 0 + 375 \\
 10x &= 375 \\
 x &= \frac{375}{10} \\
 x &= 37,5
 \end{aligned}$$

Conclusion : les deux figures ont la même aire si $AB = 37,5$ cm.

✓ Deuxième exercice :

1) Notons V le volume de ce cône.

$$V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 2^2 \times 5}{3} = \frac{20\pi}{3} \approx 21$$

Conclusion : Le volume du cône est égal à 21 cm^3 .

2) On effectue la section du cône par le plan parallèle à la base qui passe par le point, on obtient ainsi un petit cône. Le petit cône est une réduction du cône initial.

Notons k le coefficient de réduction.

$$k = \frac{AB}{OA} = \frac{\frac{1}{2}OA}{OA} = \frac{1}{2}$$

Si on note V_1 le volume du cône initial et V_2 le volume du cône réduit. On peut écrire :

$$V_2 = k^3 \times V_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V_1 = \frac{1}{8} \times V_1 = \frac{V_1}{8}$$

Le volume du petit cône est donc huit fois plus petit que le cône initial.

Conclusion : L'affirmation est fausse.

✓ **Troisième exercice :**

Pour déterminer la longueur du parcours ABCDE, nous devons calculer BC, CD puis enfin DE.

Commençons à calculer BC .

Nous savons que le triangle ABC est rectangle en A , nous pouvons appliquer le théorème de Pythagore dans ce triangle et écrire : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ &= 300^2 + 200^2 \\ &= 90000 + 160000 \\ BC^2 &= 250000 \end{aligned}$$

Ainsi, $BC = \sqrt{250000} = 500$

La longueur BC est égale à 500 m.

- Les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C .
- Les points A , C et E sont alignés
- Les points B , C et D sont alignés
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

Nous pouvons appliquer le théorème de Thalès et écrire :

$$\begin{aligned} \frac{AC}{CE} &= \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE} \\ \frac{400}{1000} &= \frac{500}{CD} = \frac{300}{DE} \end{aligned}$$

Pour calculer CD , utilisons : $\frac{400}{1000} = \frac{500}{CD}$

Un produit en croix nous donne : $CD = \frac{1000 \times 500}{400} = 1250$

La longueur CD est égale à 1250 m.

Pour calculer DE , utilisons : $\frac{400}{1000} = \frac{300}{DE}$

Un produit en croix nous donne : $DE = \frac{1000 \times 300}{400} = 750$

La longueur DE est égale à 750 m.

Notons \mathcal{L} la longueur réelle du parcours $ABCDE$.

$$\mathcal{L} = AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750 = 2800$$

Conclusion : La longueur réelle du parcours $ABCDE$ est égale à 2800 mètres.

Problème (12 points)

PARTIE I :

1) 10h30 min - 9h35 min = 0h55min.

Conclusion : La durée du vol est égale à 55 minutes.

2) a) Notons n le nombre de passagers le mercredi.

On a : $n = 1113 - (152 + 143 + 164 + 189 + 157 + 163) = 145$

Conclusion : Il y a eu 145 passagers le mercredi.

b) Notons m la moyenne désirée.

$$m = \frac{1113}{7} = 159$$

Conclusion : Il y a eu 159 passagers en moyenne cette semaine là.

3) a) `SOMME(B2 :H2)`

b) `MOYENNE(B2 :H2)`

4) L'avion peut transporter au maximum 190 personnes.

Calculons 80% de 190

$$\frac{80}{100} \times 190 = 19 \times 8 = 152$$

Conclusion : L'objectif est atteint car $166 > 152$.

PARTIE II :

1) Notons v la vitesse. $v = 300\,000$ km/s

la durée aller est égale à $0,0003 \div 2 = 0,00015$ s.

Nous savons que la vitesse est égale au quotient de la distance par le temps.

$$v = \frac{d}{t} \text{ donc } d = v \times t$$

$$\text{On a : } d = 300\,000 \times 0,00015 = 45$$

Conclusion : A cet instant, l'avion se trouve à 45 kilomètres du radar.

2) Le triangle ARI est rectangle en I , nous pouvons donc appliquer dans ce triangle les relations trigonométriques.

Nous avons :

$$\sin \widehat{ARI} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ARI}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AI}{AR}$$

$$\sin(5^\circ) = \frac{AI}{45}$$

$$\text{Donc } AI = 45 \times \sin(5^\circ) \approx 3,9$$

Conclusion : A cet instant, l'altitude de l'avion est de 3,9 kilomètres.

PARTIE III :

Une *lecture graphique* du graphique en annexe nous permet de répondre.

1) **Conclusion** : L'avion a parcouru 450 mètres.

2) **Conclusion** : à partir de 22 secondes, l'avion est à l'arrêt.

3) **Conclusion** : 20 secondes.

(le temps mis par l'avion pour s'arrêter quand la fonction est constante)