

Gestion d'une tâche complexe

Une tâche complexe peut-être traitée :

- ❖ A la maison : notamment les problèmes ouverts dont les connaissances ne sont pas forcément liées au programme du niveau de classe concerné
- ❖ En classe : notamment les situation-problèmes, les problèmes faisant intervenir des connaissances du niveau de la classe concernée, les problèmes intéressants à gérer en classe... avec une gestion similaire à celle des problèmes ouverts en classe¹.

1) A la maison

a) Gestion d'une tâche complexe à la maison

Lors de la distribution du 1^{er} sujet, le professeur distribue une feuille (voir ci-dessous) qui définit une narration de recherche. Il insiste clairement que l'important est de chercher et de décrire, raconter toutes les étapes de sa recherche.

Le principal n'est pas de trouver la solution mais d'avoir passé du temps à trouver « la » réponse.

Le professeur peut laisser un certain temps de réflexion (une à deux semaines) aux élèves. Il peut également relancer les élèves dans les autres cours pour voir s'ils n'ont pas de questions ou s'ils ont bien compris ce qu'on attend d'eux.

Lors de la correction, c'est l'occasion :

- ❖ de relire et afficher certains passages intéressants pour montrer aux élèves ce qu'on attend d'eux et permettant ainsi d'améliorer progressivement leurs productions aussi bien du niveau du contenu que de la mise en forme.
- ❖ de montrer qu'il peut y avoir plusieurs stratégies, méthodes intéressantes pour trouver la solution à un problème. Un problème peut également se résoudre dans divers cadres (numériques, géométriques...), permettant ainsi le décloisonnement entre les différents champs du programme.
- ❖ De redonner confiance à certains élèves en mettant en avant les idées qu'ils ont eues. Le professeur valorise les efforts, les démarches intéressantes des élèves, notamment ceux en difficulté. Ceci permet de motiver les élèves.
- ❖ D'afficher des copies d'élèves corrigées et de voir avec eux quelles sont les « compétences » acquises (parmi les capacités C1, C2, C3 et C4 concernant la pratique d'une démarche scientifique du pilier 3 du socle commun) ou en cours d'acquisition. Cela permet de **former** les élèves à l'acquisition de « ces compétences ». Cela permet également à l'élève de cibler ses points forts et les points où il doit progresser.
- ❖ De discuter avec les élèves des *aides méthodologiques* afin d'acquérir ces compétences.
- ❖ D'enchaîner sur un travail à l'aide des TICE lorsqu'une production le permet (voir le paragraphe « production d'élèves »).

Si le problème concerne une connaissance du programme de l'année, le professeur peut également enchaîner sur un travail de groupe (voir *Gestion d'une tâche complexe en classe*).

La narration de recherche correspondrait ainsi à la partie « **recherche individuelle** » dans cette gestion.

¹ *Les pratiques du problème ouvert*, Gilbert Arsac, Michel Mante, CRDP Académie de Lyon, 2007.

b) Fiche élève - Qu'est-ce qu'une narration de recherche² ?



Le but de notre travail est de chercher un problème en essayant bien sûr de trouver la solution, mais ce n'est pas cela le plus important.

L'important c'est de chercher !

Pendant que tu seras en train de chercher, tu vas écrire toutes tes idées et toutes les méthodes que tu utilises, en cherchant à les expliquer au mieux.



Ce qui est important, c'est d'écrire tout ce qui s'est passé dans ta tête avec le plus de détails possibles.

« il faudra rédiger toutes les idées, pas seulement celles qui conduisent à la solution, car au cours de la recherche, vous serez amenés à travailler en groupes et à échanger vos opinions »

A la fin de notre activité, ce que tu auras écrit sera relevé, et rendu à la prochaine séance. Tu pourras alors continuer à chercher, à essayer de vérifier si tes premiers résultats sont justes, puis tu rédigeras au propre tout ce que tu auras trouvé.

Chaque élève doit rendre un travail écrit. Les copies seront notées, mais pas tout à fait comme d'habitude.

Le plus important n'est pas seulement d'avoir trouvé une réponse juste, mais c'est aussi d'avoir écrit une bonne description de ta recherche, avec soin, précision et logique.

BON COURAGE !!



c) Exemple de sujet donné à la maison

DE DRÔLES DE COUPLES DE LAPINS !
Fiche Elève

Un homme met un couple de lapins dans un lieu isolé de tous les côtés par un mur.

Au début du 1^{er} mois, il n'y a qu'un couple de lapins. Ce couple de lapins donne naissance chaque mois à un nouveau couple. Chaque couple créé produit tous les mois un nouveau couple à compter du second mois de son existence.



Complète le tableau suivant :

A la fin du :	Il y a au total :
1 ^{er} mois	1 couple de lapins
2 ^{ème} mois	2 couples de lapins
3 ^{ème} mois	
4 ^{ème} mois	
5 ^{ème} mois	
6 ^{ème} mois	
7 ^{ème} mois	
12 ^{ème} mois	
24 ^{ème} mois	

Ta narration de recherche doit comporter **deux parties** :

Dans la première partie :

Tu dois écrire sur ta feuille :

- Les différentes étapes de ta recherche (Tu peux joindre tes brouillons, expliquer dans quelles conditions tu as cherché, minuter le temps...)
- Les observations que tu as faites et qui t'ont permis de progresser ou de changer de méthode si une piste ne menait à rien.

Dans une deuxième partie :

L'explication à un camarade : La façon dont tu expliquerais ta solution à un (ou une) camarade que tu dois convaincre.

L'évaluation portera essentiellement sur :

La qualité narrative et la richesse de tes recherches

L'important ici n'est pas de trouver « la » solution mais de raconter en détails toutes tes recherches pour la trouver ou tenter de la trouver : L'élève persévérant, qui essaye plusieurs pistes avec ténacité, même s'il ne trouve aucune solution satisfaisante sera évalué positivement.

2) En classe

a) Gestion d'une tâche complexe en classe

L'étude d'une tâche complexe en classe s'effectue en plusieurs temps.

- **1^{er} temps : Lecture de l'énoncé et des consignes - Recherche individuelle**

- **Elèves :** *Les élèves écoutent le professeur donner les instructions liées à ce type de problèmes. Ils doivent rédiger sur une feuille le début (au moins) d'une réponse où ils écrivent le détail de leur recherche. Le but est que les élèves s'imprègnent seuls du sujet de tel manière à ce qu'ils aient leur propre avis lors de la phase de groupe. Cette phase ne doit pas non plus être trop longue afin que les élèves n'aient pas un avis « tranché » sur la question et refuserait ainsi le débat, la part de doute lors de la phase de groupe.*
- **Professeur :** *Le professeur fait lire l'énoncé. Il explique le déroulement de la séance. Il explique également le fonctionnement de la grille d'évaluation. Lors de la recherche individuelle, le professeur s'assure que les élèves travaillent seuls. Aucune aide durant cette phase.*

Remarque :

La recherche individuelle peut éventuellement être donnée à faire en amont à la maison sous forme d'une narration de recherche.

- **2^{ème} temps : Travail de groupe - Rédaction d'une solution de groupe**

- **Elèves :** *Les élèves travaillent par groupe. Ils doivent débattre entre eux afin de rédiger une solution commune.*
- **Professeur :** *Le professeur veille à ce que le temps de cette phase soit respecté. Il apporte après un certain temps d'éventuelles « aides » sous formes de questions qui permettent de relancer le groupe dans la recherche. Le professeur essaye dans la mesure du possible de donner des aides qui n'induisent pas la méthode de résolution. Il doit permettre aux groupes d'être autonomes. Pour cela, il doit se forcer à moins intervenir durant cette phase, ce qui n'est pas facile !
Le professeur ensuite observe les réponses des groupes en restant neutre.
Il réfléchit à l'agencement des diverses productions afin de bien gérer, organiser le débat qui va en suivre pour qu'il soit le plus productif possible.*

Remarque :

Les élèves doivent bien comprendre que c'est un **travail de groupe** :

Les élèves doivent dans un premier temps se concerter, exposer **tous** leurs idées aux autres membres du groupe. Il faut éviter le caractère « leadership » de certains élèves.

Les élèves doivent s'intégrer dans un projet collectif (Pilier 7 du socle commun)

Ils doivent apprendre à s'écouter et à se respecter (Pilier 6 du socle commun).

Le groupe doit être également autonome, le but est de *convaincre* les autres groupes.

Ce qui en fait un défi motivant.

Tous les membres du groupe doivent participer et rédiger une réponse commune, ceci afin de développer le conflit socio-cognitif au sein du groupe.

Variante possible :

Si on désire noter la production individuelle des élèves et *observer l'apport du travail de groupe*, on peut demander aux élèves (après le travail de groupe) de rédiger sur leur production individuelle pour le cours suivant une 2^{ème} version de leur réponse.

Sur leur feuille, ils peuvent écrire : I. Recherche individuelle et II. Apport du travail de groupe. Le professeur donnera aux élèves en même temps la grille d'autoévaluation. Il ramassera également la solution commune de chaque groupe afin de préparer le débat lors du prochain cours.

- **3^{ème} temps : Présentation de certaines solutions - Débat**

- **Elèves :** *Pour chaque groupe : Un élève écrit la solution au tableau. Les autres élèves du groupe expliquent leur solution à la classe. Les autres groupes doivent écouter les diverses propositions. Ils peuvent ensuite poser des questions ou dire s'ils ne sont pas d'accord.*

- **Professeur :** *Le professeur doit guider, orchestrer le débat. Il demande à chaque groupe d'exposer leur réponse. Ils demandent si les autres élèves ont des remarques, s'ils ont des questions, s'ils sont d'accord ou non...Il peut également souligner au tableau (ou sur l'ordinateur avec TBI ou tablette graphique) les idées fortes de chaque groupe afin de faciliter ensuite le débat.*

Le professeur utilise ensuite les remarques et les affiches des élèves pour faire avancer le débat. Ils posent d'éventuelles questions supplémentaires pour arriver à la solution du problème. S'il ne reste plus de temps, il ramasse ensuite les feuilles de chaque groupe et les feuilles individuelles.

Remarques :

- ❖ Afin de gagner du temps, les productions peuvent-être écrites sur transparent avec l'utilisation d'un rétroprojecteur. Si la salle est équipée d'un scanner et d'un ordinateur, il est possible de « vidéoprojeter » les solutions et les annoter à l'aide d'une tablette graphique. On peut également numériser les productions à l'aide d'un appareil photo numérique puis éventuellement les intégrer dans un paperboard pour TBI.
- ❖ Gérer le débat est un exercice difficile pour le professeur. Le plus facile est lorsque le professeur a le temps de récupérer les productions communes pour les étudier à la maison. Aussi, il peut-être intéressant de scinder le travail de groupe en deux séances.
- ❖ Pour gérer au mieux le débat³, le professeur doit bien réfléchir aux objectifs principaux de son activité. Il peut commencer à afficher des solutions fausses où il est facile pour les élèves de critiquer, vérifier les résultats, invalider la conjecture par un contre-exemple. Il peut ensuite enchaîner sur des productions « partiellement fausses » qui vont permettre d'aboutir à la « bonne réponse ». Il peut également afficher des solutions où les élèves n'ont pas bien compris la consigne (C1), ont fait des erreurs de calculs (C2) ou ont mal présenté la démarche (C4). Bien sûr, ce sont les élèves qui doivent *formuler* ce qui ne va pas, ce qui permet ainsi de former les élèves à ses «compétences ». Il peut ensuite afficher les divers raisonnements (C3), les confronter et ainsi mettre en évidence une meilleure méthode de résolution.

³ L'article du *Repère* n°10 intitulé : «*Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse* » de Marc Legrand est un texte de référence sur la gestion d'un débat en classe. Ces remarques sont clairement inspirées de cet article ressource.

Lors du travail de groupe et du débat, le professeur se doit de rester *neutre et ne pas valider ou invalider une réponse*. Ce qui n'est pas facile car les élèves savent reconnaître chez l'enseignant (intonations, attitudes, mimiques...) la validation ou non d'une conjecture. C'est un travail à long terme qu'il faut réussir à mettre en œuvre pour qu'il y ait *un vrai débat*. En effet, en restant neutre, le professeur ne fait qu'orchestrer le débat, cela permet de *provoquer le doute* (phase de déséquilibre⁴) chez les élèves, le savoir n'émanant plus du professeur. Ce sont les élèves qui sont en activité, cela devient *leur* problème (dévolution du problème).

Ils doivent apprendre à convaincre les autres, à présenter leur démarche et c'est ainsi que les mots « rigueur, précision, pertinence » prendra sens pour eux. A noter également que cette neutralité donne *un véritable statut à l'erreur* qu'il faut travailler quotidiennement en classe: Les erreurs sont *des obstacles* (G. Bachelard) utiles dans un apprentissage *de type constructiviste* :

C'est leur dépassement, la prise de conscience de l'insuffisance de ces anciens concepts qui permettront l'acquisition de la nouvelle connaissance.

- **4^{ème} temps : Synthèse - Auto-évaluation - Correction**

- **Elèves** : *Les élèves doivent s'autoévaluer à l'aide d'une fiche d'évaluation et de leurs productions. Ils doivent retirer « la morale » du problème. Ils notent ensuite la correction de l'exercice sur une feuille.*
- **Professeur** : *Le professeur demande aux élèves de s'auto-évaluer à partir de leurs productions. Ils récupèrent ensuite les travaux des élèves. Le professeur donne ensuite la correction à partir des solutions d'élèves. Ils demandent ensuite aux élèves la « morale » de cet exercice : « Qu'avez-vous retenu de cette activité ? ». Il est important que ce soit les élèves qui s'expriment et formulent avec leurs propres mots le savoir enseigné (Pilier 1). Les élèves seront ainsi acteurs dans l'apprentissage du savoir enseigné et cela prendra plus de sens pour eux.*

A propos des TICE

Lorsque l'exercice s'y prête et si les élèves ne l'ont pas évoqué, il est possible de prolonger la séance à l'aide des TICE. (Voir paragraphe « ANNEXES - productions d'élèves ».)

- **5^{ème} temps : Prolongements**

Lorsqu'il rend les copies, le professeur peut faire des commentaires sur l'auto-évaluation, proposer des aides ou remédiations suivant les compétences non acquises.

Le professeur peut ensuite également montrer quels ont été les indicateurs d'évaluations, les critères de réussite pour chacune des compétences. Montrer ainsi qu'il y a toujours des choses à faire dans un exercice et que l'on peut être évalué positivement à l'aide de compétences « transversales ». On espère ainsi que les élèves, lors d'un autre problème, connaissant ses critères de réussite, sachent s'auto-évaluer et progresser de façon autonome. (Cela a déjà été observé, voir exemples dans « l'article production d'élèves »).

Au bout de quelques tâches complexes : le professeur peut également voir avec les élèves quelles sont les aides (méthodologiques) possibles pour acquérir une compétence.

Il peut demander aux élèves ce que leur a apporté ces tâches complexes et quelles sens ont les compétences du socle commun à présent pour eux.

Il ramasse ensuite les grilles d'évaluation avant les conseils de classe pour faire un bilan des compétences acquises et les valider éventuellement sur LPC.

⁴ Gaston Bachelard, Jean Piaget

Remarques sur l'auto-évaluation :

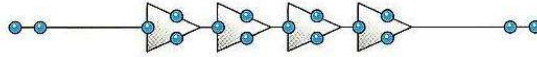
L'autoévaluation a plusieurs objectifs :

- ❖ Obliger les élèves par une auto-évaluation à mieux comprendre et à s'interroger sur les compétences du socle commun mises en jeu et leurs sens (Pilier 1).
- ❖ Les élèves peuvent ensuite identifier leurs points forts et les points où ils doivent se perfectionner (Pilier 7). Ils apprennent à avoir **un esprit critique**.
- ❖ On peut espérer que cela permette aux élèves **d'être autonomes et acteurs dans leur apprentissage** (Pilier 7).
- ❖ Avoir une autre image d'eux-mêmes vis-à-vis des mathématiques.
Certains élèves peuvent notamment avoir une vision d'eux-mêmes très négative et se « sous-noter ».
C'est l'occasion de leur prouver le contraire (lorsque c'est possible) afin de leur redonner goût à la matière et de les remotiver.

b) Exemple de tâche complexe donnée en classe

i) Sujet initial : « Nombre de saphirs d'un collier⁵ »

Un bijoutier souhaite créer un collier en utilisant une chaîne et des triangles en argent, ornés sur chaque côté d'un petit saphir. Il utilise aussi 2 saphirs à chaque extrémité du collier pour la fermeture. Voici un collier avec 4 triangles en argent :



a. Combien de saphirs faudra-t-il au bijoutier pour un collier qui comprend :

- 1 triangle ? • 2 triangles ? • 4 triangles ? • 7 triangles ? • 15 triangles ?

b. Expliquer comment obtenir à chaque fois, le nombre de saphirs **en fonction** du nombre de triangles :

- par une phrase ;
- par une expression littérale.

c. Le bijoutier souhaite faire un tableau où figure pour chaque nombre n de triangles posés, le nombre de saphirs nécessaires.

Le nombre de saphirs dépend du nombre de triangles. D'où l'idée de donner un nom (avec une lettre) au nombre de triangles.



Ouvrir une feuille de tableur et reproduire le tableau suivant (Pour la ligne 1, compléter les cellules B1 et C1, les sélectionner et copier vers la droite jusqu'en A01).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO										
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40										
2	$3n+4$																																																		

En mathématiques, on écrit souvent $3n + 4$ au lieu de $3 \times n + 4$.

Taper la formule qui convient dans la cellule B2 et la copier vers la droite.

- d.** • Pour un collier de 35 triangles, combien faut-il de saphirs ?
- Pour un collier de 79 saphirs, combien faut-il de triangles ?

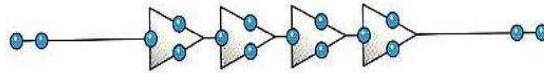
B2i
C1-1
C1-2
C3-4

ii) **Sujet modifié**

Travail de groupe (Extrait modifié Transmath-5^{ème})

Fiche élève

Un bijoutier souhaite créer un collier en utilisant une chaîne et des triangles en argent, ornés sur chaque côté d'un petit saphir. Il utilise aussi 2 saphirs à chaque extrémité du collier pour la fermeture. Voici un collier avec 4 triangles en argent :



- 1) Combien de saphirs faudra t-il au bijoutier pour un collier qui comprend :
 - 1 triangle ?
 - 2 triangles ?
 - 4 triangles ?
 - 7 triangles ?
 - 20 triangles ?
 - 75 triangles ?
- 2) Le bijoutier voudrait connaître à l'avance le nombre total de saphirs dont il a besoin pour n'importe quel collier ayant un nombre de triangles fixé. Peux-tu l'aider ?
- 3) Le bijoutier a utilisé pour un collier 49 saphirs.
De combien de triangles le collier était-il composé ?
- 4) Le bijoutier a utilisé pour un collier 358 saphirs.
De combien de triangles le collier était-il composé ?

c) **Différenciation : Aides apportées aux élèves**

- ❖ Dans le cadre d'une **différenciation anticipée**, les aides apportées par le professeur peuvent-être préparées à l'avance sous forme de bandelettes à distribuer aux élèves et à faire coller sur leur production lorsque le besoin se fait sentir. Cela permet au professeur de ne pas perdre du temps sur un groupe, il individualise le problème. Il met ainsi en œuvre **une pédagogie différenciée**. Pour les élèves, cela leur permet d'avoir une trace écrite des aides méthodologiques qu'ils peuvent ensuite réutiliser pour d'autres problèmes.
- ❖ Ces aides doivent être dans premier lieu « méthodologiques » concernant les quatre compétences C1, C2, C3 et C4. Le professeur doit essayer le plus souvent ensuite d'aider les élèves en difficulté en reposant une question *sans induire la méthode de résolution*. Ceci afin de toujours garder les élèves *dans une activité mathématique*.

Aides génériques (Non exhaustif) relatives aux 4 capacités du pilier 3

Pratiquer une démarche scientifique	
C1	As-tu relu l'énoncé ?
C1	Comprends-tu la signification de chaque mot ?
C1	As-tu repéré les données importantes ?
C1	Quelles sont les données numériques ?
C1	Peux-tu reformuler le sujet ?
C2	Quels calculs peux-tu faire ? Pourquoi ?
C2	As-tu fait des essais ?
C2	As-tu fait des schémas pour mieux te représenter la situation ?
C2	A quelle partie du cours cela te fait-il penser ?
C2	Quelles connaissances peux-tu utiliser ?
C2	Peux-tu utiliser cette propriété ? Pourquoi ?
C3	Quelles observations peux-tu faire à partir de tes essais ?
C3	As-tu vérifié tes résultats ?
C3	Tes résultats sont-ils cohérents ?
C3	As-tu fait d'autres essais ?
C3	Peux-tu trouver une autre façon de faire ?
C3	Peux-tu prouver ta conjecture ?
C3	Peux-t-on généraliser le résultat ?
C4	Penses-tu que ta copie est bien présentée ?
C4	As-tu fait des paragraphes ?
C4	As-tu bien présenté tes résultats ?
C4	Tes résultats sont-ils tous rigoureusement justifiés ?
C4	As-tu utilisé un vocabulaire mathématique précis ?
C4	As-tu vérifié que tu as marqué les bonnes unités, que tu as utilisé les bons symboles ou notations (arrondis...) ?

Chronologie

Méthodologie

Aides particulières

« Pose d'un parquet collé⁶ »	
C1	As-tu bien repéré les données numériques et les autres données utiles ? Quelles sont leurs significations ?
C1	Quelle est l'aire de l'appartement ?
C1	Combien auras-tu besoin de pots de colle, de vernis, de durcisseur ?
C1	Que paye-t-on chez le magasin B ?
C2	Connais-tu la signification de 29 euros le m ² ?
C2	Quelle situation concrète de la vie cela te fait-il penser ? Comment calculer le prix total du parquet ? Le prix du vernis, durcisseur ?
C2	Comment calculer la dépense totale dans un des magasins ?
C3	Comment calculer le prix des autres produits ?
C3	Comment calculer le prix total pour le magasin B ?
C3	Compte-tenu des prix affichés par les deux magasins, quelles remarques peux-tu faire ?
C4	As-tu bien justifié, expliqué ta solution ?
C4	As-tu bien donné la signification de chaque calcul ?
C4	As-tu expliqué pourquoi tu as pris deux pots de colle, 4 pots de vernis, 3 durcisseurs ?

⁶ Cf. article *Elaboration d'une tâche complexe*