

TABLE DE CHIFFRES ALEATOIRES ET TEST DU MAXIMUM

Cet exercice se traite sur tableur, la syntaxe utilisée dans le texte qui suit est celle du tableur Excel.

Préliminaires :

- En posant $u_p = \text{ENT}(1000 * \text{ALEA}())$, pour $p = 1, 2, \dots, n$, on génère une table (u_1, u_2, \dots, u_n) de $3n$ chiffres, 0123456789, regroupés par blocs de 3, chaque bloc de 3 apparaît sous la forme d'un nombre de 3 chiffres qui est un des u_p , le chiffre des centaines pouvant ici être 0. On suppose qu'une telle table est un bon candidat pour être une « table de chiffres aléatoires ». Pour tester le caractère aléatoire de cette table on dispose de tests et l'un de ceux ci est le test du maximum.
- Un bloc de 3 chiffres est dit maximum si le chiffre du milieu est strictement supérieur aux deux autres, par exemples 352 ou 021 sont des maximums.
- Description du test :

Parmi tous les blocs de 3 chiffres la probabilité d'un maximum, dans un tirage au hasard, est calculée et vaut 0.285. Les chiffres dans la table étant regroupés par blocs de 3, on calcule alors la fréquence des maximums qu'on compare à la probabilité définie ci-dessus.

-
1. Dans la colonne A de Excel créer une table $(u_1, u_2, \dots, u_{3000})$ comme définie plus haut.
 2.
 - a) Dans la cellule F1 on créer le nombre(=ENT(A1/100)).
 - b) Dans la cellule B1 on créer le nombre(=A1-100*F1).
 - c) Dans la cellule G1 on créer le nombre(=ENT(B1/10)).
 - d) Dans la cellule H1 on créer le nombre(=B1-G1*10).
 - e) Qu'a t'on obtenu, successivement, dans les cellules F1, G1, H1 ?
 - f) Compléter alors la colonne B jusqu'à B3000 puis les colonnes F , G et H jusqu'à F3000 , G3000 , H3000.
 3. Remplir la colonne J en utilisant les fonctions SI() et ET() de Excel de sorte que $J_p=1$ si le bloc F_p, G_p, H_p est un maximum et $J_p=0$ sinon, $p = 1, 2, \dots, 3000$. En faisant la somme de la colonne J qu'obtient t'on ?
 4. Remplir la colonne K de sorte que K soit la colonne cumulée de J, c'est à dire :
$$K_p = J_1 + J_2 + \dots + J_p, p = 1, 2, \dots, 3000$$
 5. Remplir la colonne L de sorte que $L_p=(K_p)/p$, $p = 1, 2, \dots, 3000$. Que représente L_p ?
Remplir la colonne M de sorte que $M_p=0,285$, $p = 1, 2, \dots, 3000$.
 6. Utiliser les fonctions graphiques de Excel pour représenter les nuages de points correspondants, respectivement, à la colonne L et à la colonne M puis appuyer plusieurs fois sur la touche F9 de sorte à faire fluctuer l'échantillon A. Qu'observe t'on ?
-

7. a) Combien y a-t-il de listes (blocs) de 3 chiffres, 0123456789, chaque chiffre pouvant figurer 0, 1, 2 ou 3 fois dans une même liste ?
- b) Le tirage d'une de ces listes se faisant au hasard justifier que la probabilité d'obtenir un maximum est celle donnée dans les préliminaires.

COMPETENCES TICE :

- **Tableur Excel**
- **Fonctions ENT() et ALEA()**
- **Fonctions de programmation SI() et ET()**

COMPETENCES MATHÉMATIQUES :

- **Dénombrements**
- **Calcul de probabilité**