

Tâches complexes, problèmes ouverts, situations-problèmes, narration de recherche, travail de groupe, débat mathématique

1) Tâche complexe¹

La tâche complexe est une tâche mobilisant des ressources internes (culture, capacités, connaissances, vécu...) et externes (aides méthodologiques, protocoles, fiches techniques, ressources documentaires...).

Les tâches complexes permettent de motiver les élèves et de les former à gérer *des situations concrètes de la vie réelle* en mobilisant les connaissances, les capacités et les attitudes acquises pour en développer de nouvelles.

Elle fait donc partie intégrante de **la notion de compétence**.

Une tâche complexe ne se réduit pas à l'application d'une procédure automatique. Chaque élève peut adopter une démarche personnelle de résolution pour réaliser la tâche.

Après avoir mis l'élève dans une situation réaliste destinée à motiver la recherche, on lui précise ce qu'il doit faire, de façon ouverte, sans détailler, et ce qu'il doit produire, mais sans lui dire comment s'y prendre ni lui donner de procédure.

En ce sens une tâche complexe est un outil privilégié pour évaluer les compétences du socle commun

2) Problèmes ouverts²

C'est un problème dont l'objectif est de permettre aux élèves de s'engager dans une démarche scientifique : **Essayer, conjecturer, tester, prouver**.

L'énoncé est court, n'induit ni méthode, ni solution, il est ouvert. Il est exprimé simplement.

Il permet aux élèves de s'engager rapidement dans des essais, conjectures....

La solution n'est pas évidente.

Il est préférable qu'il y ait plusieurs méthodes, plusieurs types de solutions possibles.

3) Situations-problèmes³

C'est un problème qui s'appuie sur un modèle *constructiviste*⁴ de l'enseignement.

Il vise la construction d'un nouveau savoir.

Les situations-problèmes amènent les élèves à découvrir de nouvelles notions dans un cadre où elles puissent apparaître comme un outil nécessaire.

Au travers de ces problèmes, les élèves doivent se rendre compte de l'insuffisance de leurs conceptions antérieures.

¹ Livret personnel de compétences, repères pour sa mise en œuvre, DGESCO, mai 2010.

² Les pratiques du problème ouvert, Gilbert Arzac, Michel Mante, CRDP Académie de Lyon, 2007.

³ Jeux de cadres et dialectique outil-objet, Régine Douady, 1986

⁴ Modèle élaboré à la suite de travaux de psychologues généticiens, en particulier de J. Piaget, L. Vygotsky, d'épistémologues comme G. Bachelard et du travail des didacticiens des mathématiques comme G. Brousseau, Y. Chevallard, G. Vergnaud, R. Douady...

4) Narration de recherche⁵

« Exposé détaillé, écrit par l'élève lui-même, de la suite des activités qu'il met en œuvre lors de la recherche des solutions d'un problème de mathématique ».
(Luis Païs)

En ce sens, un problème ouvert, une situation-problème sont des tâches complexes. Une narration de recherche est plutôt « une façon, une méthode » de présenter, gérer ces problèmes où l'aspect « histoire de la recherche » est privilégié. Les narrations de recherche s'inscrivent donc pleinement dans une évaluation du socle commun au travers des tâches complexes.

5) Situer les narrations de recherche dans les extraits de programmes, documents d'accompagnements et autres

- Le Vade-mecum de Mathématiques⁶ préconise de pratiquer les narrations de recherche :

*« L'évaluation des réussites au travers de solutions incomplètes ou partiellement erronées n'est en effet possible que si l'élève a osé garder trace **de ses essais, de ses idées, de sa recherche.***

Trop d'élèves n'écrivent rien : ils préfèrent ne rien écrire plutôt que d'écrire des choses fausses. Mais si un élève n'écrit rien ou s'il ne note que son résultat et que ce dernier est faux, on ne peut pas savoir ce qui, dans son raisonnement, peut avoir été correct.

D'où la nécessité en formation de libérer leur inventivité et de valoriser leurs écrits intermédiaires »

- L'introduction des programmes⁷ insiste également sur le fait **de dissocier la phase de recherche et la phase de mise en forme d'une preuve ou d'un raisonnement.**

Dans le cadre du socle, c'est la première phase (où les narrations de recherche interviennent) qui est privilégiée.

*« À cet égard, deux étapes doivent être clairement distinguées : la première, et la plus importante, est **la recherche et la production d'une preuve** ; la seconde, consistant à mettre en forme la preuve, ne doit pas donner lieu à un formalisme prématuré. En effet des préoccupations et des exigences trop importantes de rédaction, risquent d'occulter le rôle essentiel du raisonnement dans la recherche et la production d'une preuve. C'est pourquoi il est important de ménager une grande progressivité dans l'apprentissage de la démonstration et de faire une large part au raisonnement, **enjeu principal de la formation mathématique au collège.** La rédaction et la mise en forme d'une preuve gagnent à être travaillées collectivement, avec l'aide du professeur, et à être présentées comme une façon convaincante de communiquer un raisonnement aussi bien à l'oral que par écrit.*

⁵ Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée, Freddy Bonafé, Arlette Chevalier, Marie-Claire Combes, Mireille Sauter et al, IREM de Montpellier, 2002.

Il y a aussi le livre : « Expériences de narration de recherche en mathématiques », René Cori, André Deledicq et al, IREM de Paris 7, 2002.

⁶ Vade-mecum, Document ressource pour le socle commun, DGESCO, septembre 2009

⁷ BO, programmes du collège, Août 2008

Dans le cadre du socle commun, qui doit être maîtrisé par tous les élèves, c'est la première étape, « recherche et production d'une preuve » qui doit être privilégiée, notamment par une valorisation de l'argumentation orale. La mise en forme écrite ne fait pas partie des exigibles»

[...]Les écrits de type « recherche » (brouillon) qui correspondent au travail «privé » de l'élève : ils ne sont pas destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, pour organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire en cours de résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger.

- Extrait du document d'accompagnement sur raisonnement et démonstration⁸ au collège :

On valorise les écrits intermédiaires :

*Des raisonnements écrits sont demandés lors de la résolution de problème. **Toute solution incomplète et/ou partiellement erronée doit être prise en compte.** Autrement dit, il y a lieu de valoriser les réussites partielles des élèves telles que :*

- raisonnement exact mais résultat final erroné,
- ébauche de raisonnement avec texte, figure codée ou schéma,
- présence explicite de pistes de résolution mais travail non abouti,
- mobilisation de la « bonne » opération mais erreurs de calcul,
- ...

À ce sujet, on peut lire dans le document d'application des programmes de collège: « Au niveau de l'évaluation il y a donc nécessité d'évaluer distinctement chacune des différentes capacités constitutives de la démarche de résolution de problème.

En particulier, ce n'est pas parce que le résultat est faux ou que l'élève n'a pas trouvé le résultat escompté qu'il a « tout raté ».

Il va donc falloir analyser les écrits imparfaits des élèves, leurs solutions erronées, leurs essais inaboutis.

- Extrait de la conférence de M. Xavier SORBE⁹ à la Réunion :

« Une importante distinction est à opérer entre raisonnement et rédaction.

Dans les faits, l'évaluation d'un raisonnement s'arrête trop souvent sur l'évaluation d'un écrit.

Il faut savoir distinguer ce qui relève de la démarche purement mathématique de ce qui concerne la production d'écrit, en faisant preuve de discernement dans l'appréciation de l'une et de l'autre.

Il est bienvenu de dissocier parfois les deux apprentissages (recherche et élaboration d'une preuve / mise en forme de la preuve) car beaucoup d'élèves se croient incapables de faire des mathématiques alors que leur difficulté se limite dans la production d'un écrit conforme aux attentes du professeur.

Ce qui ne veut évidemment pas dire que les professeurs de mathématiques ne doivent pas s'intéresser à la maîtrise de la langue, bien au contraire »

⁸ Document ressource sur le raisonnement et la démonstration au collège, DGESCO, mars 2009.

⁹ Intervention du 4 décembre 2009 au colloque des 10 ans de L'IREM, Xavier Sorbe, IGEN

Dans le cadre du socle commun, **la phase de recherche** est privilégiée :

Il faut favoriser les « écrits intermédiaires » des élèves, donc les narrations de recherche pour les inciter à faire part de leurs raisonnements même inaboutis.

C'est ensuite au professeur d'avoir *une analyse fine* de ces écrits afin de valoriser les réussites partielles et d'amener les élèves à progresser sur les points non réussis.

Dans le cadre de l'évaluation du socle commun, les narrations de recherche peuvent être un levier efficace pour des problèmes faisant intervenir des raisonnements.

6) Intérêt du travail de groupe et du débat mathématique

Le travail de groupe ainsi que le débat mathématique sont deux pratiques pédagogiques permettant une réelle activité des élèves.

Le professeur devient alors *un tuteur, une personne ressource*¹⁰, « chef d'orchestre » afin d'animer le débat.

En effet, le travail de groupe favorise la mise en place de *conflits* à propos du savoir.

Ces conflits sont appelés « socio-cognitifs ». Ils portent sur le savoir (« cognitifs ») et ce sont des conflits entre au moins deux individus (« socio »).

La thèse du conflit « socio-cognitifs » appliquée en classe, issue de recherches en psychologie est la suivante : Le débat dans la classe introduit par des conceptions différentes entre les élèves les amène à progresser dans leur savoir.

Les élèves sont **acteurs** et cela est un moteur dans l'apprentissage : Le travail en groupe et le débat entre eux leur permettent de confronter leurs conceptions, d'argumenter, d'échanger leurs idées, de se convaincre... Il permet également aux élèves de s'approprier le problème afin qu'il devienne le « sien » (*dévolution du problème*).

Ceci permet des échanges de point de vue, des conflits sur le savoir qui favorisent ainsi l'apprentissage d'une nouvelle connaissance. (*Conception socio-constructiviste*)

C'est aussi à travers le langage naturel que les notions se construisent (Duval R.¹¹).

Le débat mathématique (ou scientifique) et le travail de groupe ont été notamment développés par l'IREM de Lyon¹² et Marc Legrand¹³

Le livre « *Des maths ensemble et pour chacun*¹⁴ » détaille également différentes mises en œuvres d'activités par le biais du travail de groupe.

¹⁰ *Vade-mecum, Document d'appui pour la compétence 3*, DGESCO, Novembre 2010

¹¹ *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, Annales de didactique et de Sciences Cognitives*, Raymond Duval, 1993

¹² *Les pratiques du problème ouvert*, Gilbert Arsac, Michel Mante, CRDP Académie de Lyon, 2007.

¹³ *Débat scientifique en cours de mathématiques, Repères 10*, Marc Legrand, 1993

¹⁴ *Des maths ensemble et pour chacun*, Jean-Philippe Rouquès, Hélène Stainer, CRDP Loire, 2009

Ces pratiques sont également citées dans les programmes du collège, les documents ressources de la DGESCO :

➤ Extrait de l'article de M. Jacques MOISAN¹⁵ :

Un des objectifs essentiels de l'enseignement des mathématiques, dès l'école primaire, est le développement des qualités de logique et d'aptitude au raisonnement. Pour qu'il puisse construire ses schémas logiques, il est indispensable :

- *de mettre l'élève en situation de recherche, personnelle ou en groupe, dans le cadre d'une activité de résolution de problèmes ;*
- *d'instaurer le débat mathématique dans la classe de telle sorte que les méthodes trouvées puissent être examinées et confrontées. La vérité ne doit pas descendre de la bouche de l'enseignant mais s'imposer logiquement à tous.*

[...] Je voudrais mettre en avant deux ruptures essentielles entre l'école et le collège :

- *Le passage progressif des procédures personnelles aux procédures expertes, dont il a déjà été parlé, sera poursuivi tout au long du collège. Les professeurs de collège ne doivent surtout pas détruire les procédures personnelles mises en place à l'école. Il faut au contraire s'appuyer sur elles et faire sentir à l'élève l'avantage pour lui d'une procédure experte. Cela montre une fois encore **l'importance du débat mathématique** dans la classe. Notons d'ailleurs qu'au collège aussi il est indispensable d'avoir recours à des procédures personnelles qui seront remplacées plus tard par des procédures expertes [...]*

➤ Extrait de la conférence de M. Xavier SORBE¹⁶ à la Réunion :

*La vie quotidienne de la classe doit nous permettre de valider simplement un certain nombre de compétences, étant entendu que tous les élèves ne sont pas capables des mêmes choses au même moment. Il est intéressant de **confronter les solutions proposées par les élèves**. Cela nous permet de voir l'étendue de leurs capacités pour mieux les prendre en compte et leur permettre de progresser.*

➤ Extrait du Vade-mecum – Document ressource sur le socle commun – Sept. 2009 :

*« **Développer les échanges oraux et écrits entre les élèves.***

Quand le professeur est le seul interlocuteur de l'élève dans un jeu de questions-réponses, l'élève peut difficilement se sentir en réelle situation d'argumentation. En effet, il sait très bien que le professeur connaît à l'avance les réponses aux questions qu'il pose et qu'il est capable de comprendre à mi-mot ce que disent les élèves. Dans ces circonstances, la motivation à plaider pour convaincre et à formuler son point de vue le plus clairement possible risque d'être minimale.

*Au contraire, **favoriser les échanges oraux et écrits entre élèves** permet de les mettre plus facilement en véritable situation de communication. Les réactions des pairs poussent bien davantage l'élève à affiner ses arguments **pour convaincre et à soigner ses formulations pour être compris des autres**. Chaque objection d'un camarade est un défi qui mène souvent à développer une exigence plus grande dans les domaines du raisonnement et de la formulation.*

*Les échanges entre élèves peuvent se développer à l'oral comme à l'écrit. Bien des protocoles sont possibles. Par deux, ils peuvent échanger leurs productions écrites, annoter en donnant leur point de vue et renvoyer à l'auteur. **En petits groupes de trois ou quatre, après une recherche individuelle, ils peuvent se mettre d'accord pour produire une argumentation collective. Il est possible en classe entière d'animer des débats autour de l'examen de productions individuelles choisies ou de travaux de groupes**, chaque élève pouvant dire ce qu'il ne comprend pas, les précisions qui manquent pour que l'écrit soit parfaitement clair, excellente façon de présenter aux*

¹⁵ Du primaire au collège, Jacques Moisan, ancien doyen du groupe mathématique de l'IG.

¹⁶ Intervention du 4 décembre 2009 au colloque des 10 ans de l'IREM, Xavier Sorbe, IGEN

élèves le travail de rédaction comme l'élaboration d'un écrit de communication se devant d'être compréhensible par tous ceux qui ont les mêmes savoirs »

- Extrait de la grille de référence Palier 3 – DGESCO – Septembre 2009 :
*L'évaluation de l'acquisition des compétences du socle commun est réalisée lors des évaluations habituelles, à travers les devoirs surveillés et les devoirs à la maison mais également en situation de classe ; c'est le cas, par exemple, du calcul mental, de l'utilisation des TICE, de l'initiative, des aptitudes liées à la pratique d'une démarche expérimentale ou **du travail en groupe**. La pratique quotidienne de la classe offre une occasion unique de validation, indépendante de la qualité d'expression, celle-ci étant très régulièrement un facteur de blocage pour certains élèves capables de raisonner et **d'expliquer oralement leur raisonnement** mais ayant du mal à s'approprier les canons traditionnels de la rédaction scientifique.*

- Extrait du document d'accompagnement – Raisonnement et démonstration au collège – Mars 2009 :
« Dans la classe, il faut autoriser une parole assez libre (débat mathématique) et la mise en avant d'arguments personnels, car ils ont toute leur place en particulier dans la recherche de conjecture »
[...]« Évaluation de raisonnements par un autre élève ou un groupe d'élèves :
Celle-ci est rendue possible par l'instauration d'un débat entre pairs pour résoudre le problème posé dans lequel celui qui a la parole doit confronter son raisonnement à ceux des autres et convaincre ceux c ide sa pertinence (au sein du groupe-classe ou des groupes de travail constitués. »

- Extrait du Vade-mecum, document d'appui pour la compétence 3, DGESCO, Novembre 2010 :
La mise en commun des résultats des travaux et des productions (individuelles ou émanant de différents groupes) est l'occasion d'un dialogue, voire d'un débat au sein de la classe, contrôlé par le professeur qui a en charge de faire émerger une réponse à la question posée, de procéder à la structuration du savoir construit et éventuellement de dégager la ou les démarches menées.

Ces pratiques sont bien des outils privilégiés également dans la mise en place du socle commun et de son évaluation :

Il est possible de travailler en groupe plus fréquemment en restant « proche du programme », sans faire forcément de « beaux problèmes ».

<p>Il suffit de « complexifier » (à prendre dans le sens des tâches complexes) les exercices, de les modifier afin que les questions soient <i>ouvertes</i>, ce qui permet ainsi aux élèves de faire preuve d'autonomie et d'initiative, de relever un défi motivant.</p>
--

Ainsi, même un exercice faisant intervenir de courtes séquences déductives peut-être l'objet d'un travail de groupe et d'un débat.

(voir des exemples de mise en œuvre dans l'article « ANNEXES - les productions d'élèves »)