

# Fractale de Von Koch

\*\*\*\*\*

Projet à rendre pour le 30 octobre 2018

## Données :

Un segment [AB] de longueur  $a$ ,  $n$  le numéro d'étape.

Le segment [AB] seul représente l'étape 0.

## Initialisation :

Construire  $A_1$  et  $A_3$  qui partagent le segment [AB] en 3 parties égales (dans l'ordre A,  $A_1$ ,  $A_3$ , B). Construire alors  $A_2$  tel que  $A_2$  soit sommet d'un triangle équilatéral  $A_1A_2A_3$ .

Tracer alors les segments [AA<sub>1</sub>], [A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>], [A<sub>2</sub>A<sub>3</sub>], [A<sub>3</sub>B].

Gommer le segment central [A<sub>1</sub>A<sub>3</sub>].

Reproduire le processus sur chacun des 4 segments [AA<sub>1</sub>], [A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>], [A<sub>2</sub>A<sub>3</sub>], [A<sub>3</sub>B] jusqu'à l'étape  $n$ .

## PARTIE DESSIN PAPIER (2 feuilles A4 blanches format paysage):

A l'aide d'un compas à la mine bien taillée, construire les étapes 1, 2, 3, et 4.

Choisir  $a$  de manière judicieuse...

Pour l'étape 2, faire un schéma détaillé qui indique les angles orientés de la figure.

L'objet que vous venez de construire s'appelle une fractale.

## PREMIERS CALCULS :

A chaque étape, donner

- le nombre de segments  $S_n$
- la longueur de chaque segment  $a_n$
- la longueur totale de la figure obtenue  $T_n$ .

En déduire une expression de  $S_n$ ,  $a_n$  et  $T_n$  de la figure obtenue à l'étape  $n$ . *en fonction de  $n$ .*

## PARTIE ALGORITHMIQUE :

Écrire l'algorithme qui permet de construire à l'écran l'étape 1 à partir des points A et B, en utilisant les instructions **av** (avance), **td** (tourne à droite) et **tg** (tourne à gauche), **pendown** et **penup** pour activer/désactiver un tracé éventuel. On suppose que la souris est au départ au point A et dirigée vers le point B.

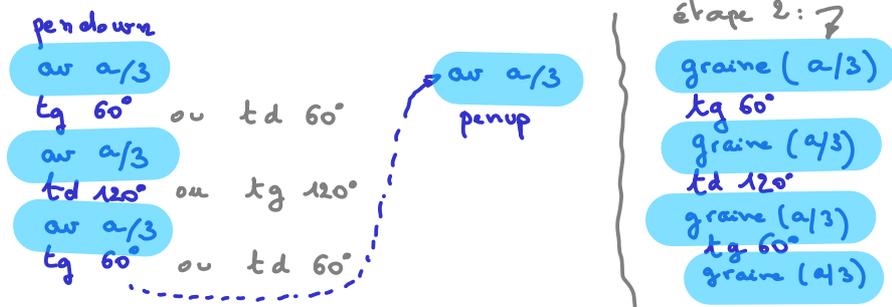
...

On transforme cette série d'instructions en une fonction qui s'appelle **graine(a)**.

On a donc :

graine(a)

...



Écrire maintenant l'algorithme qui permet de construire l'étape 2 en utilisant les instructions de base déjà fournies, et la fonction graine(a).

```

graine(a/3)
tg 60
graine(a/3)
td 120
graine(a/3)
tg 60
graine(a/3)

```

On transforme cette série d'instructions en une fonction qui s'appelle VonKoch(a, etape), avec etape = 2 et où VonKoch(a,1) contient rigoureusement les instructions de la graine.

On a donc :

```

VonKoch(a, etape)          (etape = 2)
  graine(...)
  tg 60
  ...
  ...

```

```

VonKoch(a, etape)
  graine(a/3)
  tg 60
  graine(a/3)
  td 120
  graine(a/3)
  tg 60
  graine(a/3)

```

ou encore :

```

VonKoch(a, etape)          (etape = 2)
  VonKoch(..., etape-1)
  tg 60
  ...
  ...

```

Écrire alors une fonction qui permet de tracer l'étape n.

```

VonKoch(a, etape)          (etape = n, n >= 1)
  Si etape == 1
    graine(a)
  Sinon
    VonKoch(a/3, etape-1)
    tg 60
    VonKoch(a/3, etape-1)
    td 120
    VonKoch(a/3, etape-1)
    tg 60
    VonKoch(a/3, etape-1)

```

```

VonKoch(a, etape)
  Si etape == 1
    graine(a)
  Sinon
    VonKoch(a/3, etape-1)
    tg 60
    VonKoch(a/3, etape-1)
    td 120
    VonKoch(a/3, etape-1)
    tg 60
    VonKoch(a/3, etape-1)
  Fin Si

```

PROGRAMMATION :

- Programmer avec Snap! l'algorithme précédent.
  - Programmer avec Snap! la fractale de Von Koch (flocon de neige) en appliquant 3 fois l'algorithme précédent aux 3 côtés d'un triangle équilatéral.
- Enregistrer les images de la scène pour obtenir de jolis flocons de Von Koch.

RETOUR SUR LA PARTIE CALCULS :

- On s'intéresse au flocon de Von Koch.
- A chaque étape, donner
- la longueur totale de la figure obtenue  $U_n$
  - l'aire du flocon  $f_n$  obtenu à l'étape n : commencer par calculer  $f_1, f_2, f_3$  puis en déduire  $f_n$ . Expliquer votre raisonnement.