

Fractale de Von Koch

Projet à rendre pour le 30 octobre 2018

Données :

Un segment [AB] de longueur a , n le numéro d'étape.

Le segment [AB] seul représente l'étape 0.

Initialisation :

Construire A_1 et A_3 qui partagent le segment [AB] en 3 parties égales (dans l'ordre A, A_1 , A_3 , B). Construire alors A_2 tel que A_2 soit sommet d'un triangle équilatéral $A_1A_2A_3$.

Tracer alors les segments [AA₁], [A₁A₂], [A₂A₃], [A₃B].

Gommer le segment central [A₁A₃].

Reproduire le processus sur chacun des 4 segments [AA₁], [A₁A₂], [A₂A₃], [A₃B] jusqu'à l'étape n .

PARTIE DESSIN PAPIER (2 feuilles A4 blanches format paysage):

A l'aide d'un compas à la mine bien taillée, construire les étapes 1, 2, 3, et 4.

Choisir a de manière judicieuse...

Pour l'étape 2, faire un schéma détaillé qui indique les angles orientés de la figure.

L'objet que vous venez de construire s'appelle une fractale.

PREMIERS CALCULS :

A chaque étape, donner

- le nombre de segments S_n
- la longueur de chaque segment a_n
- la longueur totale de la figure obtenue T_n .

En déduire une expression de S_n , a_n et T_n de la figure obtenue à l'étape n . *en fonction de n .*

PARTIE ALGORITHMIQUE :

Écrire l'algorithme qui permet de construire à l'écran l'étape 1 à partir des points A et B, en utilisant les instructions **av** (avance), **td** (tourne à droite) et **tg** (tourne à gauche), **pendown** et **penup** pour activer/désactiver un tracé éventuel. On suppose que la souris est au départ au point A et dirigée vers le point B.

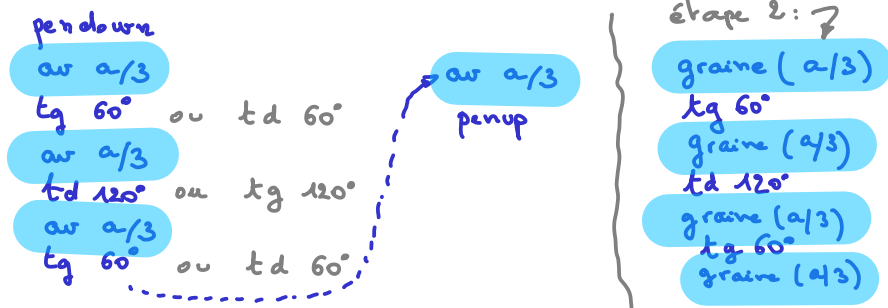
...

On transforme cette série d'instructions en une fonction qui s'appelle **graine(a)**.

On a donc :

graine(a)

...



Écrire maintenant l'algorithme qui permet de construire l'étape 2 en utilisant les instructions de base déjà fournies, et la fonction graine(a).

```

graine(a/3)
tg 60°
graine(a/3)
td 120°
graine(a/3)
tg 60°
graine(a/3)

```

On transforme cette série d'instructions en une fonction qui s'appelle VonKoch(a, etape), avec etape = 2 et où VonKoch(a,1) contient rigoureusement les instructions de la graine.

On a donc :

```

VonKoch(a, etape)          (etape = 2)
  graine(...)
  tg 60
  ...
  ...

```

```

VonKoch(a, etape)
  graine(a/3)
  tg 60°
  graine(a/3)
  td 120°
  graine(a/3)
  tg 60°
  graine(a/3)

```

ou encore :

```

VonKoch(a, etape)          (etape = 2)
  VonKoch(..., etape-1)
  tg 60
  ...
  ...

```

Écrire alors une fonction qui permet de tracer l'étape n.

```

VonKoch(a, etape)          (etape = n, n >= 1)
  Si etape == 1
    graine(a)
  Sinon
    VonKoch(a/3, etape-1)
    tg 60
    ...
    ...

```

```

VonKoch(a, etape)
  Si etape == 1
    graine(a)
  Sinon
    VonKoch(a/3, etape-1)
    tg 60°
    VonKoch(a/3, etape-1)
    td 120°
    VonKoch(a/3, etape-1)
    tg 60°
    VonKoch(a/3, etape-1)
  Fin Si

```

PROGRAMMATION :

- Programmer avec Snap! l'algorithme précédent.
- Programmer avec Snap! la fractale de Von Koch (flocon de neige) en appliquant 3 fois l'algorithme précédent aux 3 côtés d'un triangle équilatéral.

Enregistrer les images de la scène pour obtenir de jolis flocons de Von Koch.

RETOUR SUR LA PARTIE CALCULS :

On s'intéresse au flocon de Von Koch.

A chaque étape, donner

- la longueur totale de la figure obtenue U_n
- l'aire du flocon f_n obtenu à l'étape n : commencer par calculer f_1, f_2, f_3 puis en déduire f_n . Expliquer votre raisonnement.